

Dinámica No lineal

Guía N° 6 - Mapas y bifurcaciones locales
1er cuatrimestre 2004

P 1: De Wiggins p.357 Suponga que tiene un mapa en 1-dimensión $x \rightarrow f(x, \mu)$ que tiene un punto no-hiperbólico en el origen, tal que $f(0, 0) = 0, |f_x(0, 0)| = 1$. Derive los siguientes resultados y de un ejemplo para cada caso:

- (a) la bifurcación de saddle-node se cumple que $f_x(0, 0) = 1, f_\mu(0, 0) \neq 0, f_{x^2}(0, 0) \neq 0$.
- (b) la bifurcación transcritical se cumple que $f_x(0, 0) = 1, f_\mu(0, 0) = 0, f_{x^2}(0, 0) \neq 0, f_{x\mu} \neq 0$.
- (c) la bifurcación de pitchfork se cumple que $f_x(0, 0) = 1, f_\mu(0, 0) = 0, f_{x^2}(0, 0) = 0, f_{x\mu} \neq 0, f_{x^3} \neq 0$.
- (d) la bifurcación de doblamiento de período se cumple que $f_x(0, 0) = -1, f_\mu^2(0, 0) = 0, f_{x^2}^2(0, 0) = 0, f_{x\mu}^2 \neq 0, f_{x^3}^2 \neq 0$, donde f^2 es $x \rightarrow f(f(x, \mu), \mu)$.

P 2: Describa que bifurcaciones en el origen ocurren en términos de ϵ .

(a)

$$\begin{array}{ll} i) & x \rightarrow -x/2 - y - xy^2 \\ & y \rightarrow -y/2 + \epsilon y + x^2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} ii) & x \rightarrow -x/2 - y - xy^2 \\ & y \rightarrow -y/2 + \epsilon y^2 + x^2 \end{array} \quad (1)$$

(b)

$$\begin{array}{ll} i) & x \rightarrow x + 2y + x^3 \\ & y \rightarrow 2x + y + \epsilon y \end{array} \quad \begin{array}{ll} ii) & x \rightarrow x + 2y + x^3 \\ & y \rightarrow 2x + y + \epsilon y^2 \end{array} \quad (2)$$

(c)

$$\begin{array}{ll} i) & x \rightarrow -x + y - xy^2 \\ & y \rightarrow y + \epsilon y + x^2 y \end{array} \quad \begin{array}{ll} ii) & x \rightarrow -x + y - x^2 y \\ & y \rightarrow y + \epsilon y^2 + x^2 y \end{array} \quad (3)$$

(d)

$$\begin{array}{ll} i) & x \rightarrow 2x + 3y \\ & y \rightarrow x + \epsilon y + x^2 + xy^2 \end{array} \quad \begin{array}{ll} ii) & x \rightarrow 2x + 3y \\ & y \rightarrow x + x^2 + \epsilon y^2 + xy^2 \end{array} \quad (4)$$